Early Journal Content on JSTOR, Free to Anyone in the World

This article is one of nearly 500,000 scholarly works digitized and made freely available to everyone in the world by JSTOR.

Known as the Early Journal Content, this set of works include research articles, news, letters, and other writings published in more than 200 of the oldest leading academic journals. The works date from the mid-seventeenth to the early twentieth centuries.

We encourage people to read and share the Early Journal Content openly and to tell others that this resource exists. People may post this content online or redistribute in any way for non-commercial purposes.

Read more about Early Journal Content at http://about.jstor.org/participate-jstor/individuals/early-journal-content.

JSTOR is a digital library of academic journals, books, and primary source objects. JSTOR helps people discover, use, and build upon a wide range of content through a powerful research and teaching platform, and preserves this content for future generations. JSTOR is part of ITHAKA, a not-for-profit organization that also includes Ithaka S+R and Portico. For more information about JSTOR, please contact support@jstor.org.

Bibliography of Bernoulli's Numbers.

By G. S. Ely, *Fellow in Mathematics, Johns Hopkins University.*

The numbers of Bernoulli were first discovered by James Bernoulli, and the earliest mention he makes of them is in the *Ars Conjectandi* in connection with expressions for the sums of the powers of the natural numbers. Since then other uses of the numbers have been found, of which may be mentioned the expansion of various trigonometrical functions, Stirling's formula for the approximate value of the continued product of the numbers from 1 to n, and the Maclaurin sum-formula. It may not be out of place to mention the special points about which the most has been written; they are the Staudt or Clausen theorem concerning the divisors of Bernoulli's numbers, expressions for the sums of the powers of the natural numbers, various expansions by means of Bernoulli's numbers, expressions for the numbers in terms of definite integrals, relations existing between the numbers and the legitimacy of the use of the Maclaurin sum-formula, the latter point being one which Professor Sylvester characterizes as much the most important in the whole subject of Finite Differences. In the following bibliography of Bernoulli's numbers, which the author does not by any means regard as complete, will be found titles of such of the papers on the kindred subjects of Euler's numbers and the $\Delta^m 0^n$ class of numbers as have come under his eye and seemed to him to have sufficient bearing on the subject to warrant their introduction. Additions to the list may be made in some future number of the Journal.

Adams, J. C. On some properties of Bernoulli's numbers, in particular on Clausen's Theorem respecting the fractional parts of these numbers: *Proc. Cam. Phil. Soc.*, ii, 269. 1872.

——Table of the first sixty-two numbers of Bernoulli: *Crelle*, lxxxv, 269. 1878.

——On the calculation of Bernoulli's numbers up to B_{62} by means of Staudt's Theorem: *Rep. Brit. Ass.*, 1877.

Arndt. Entwickelung der Summen der n-ten Potenzen der natürlichen Zahlen nach den Potenzen Index: *Crelle*, xxxi, 249. 1846.

Bauer, G. Von den Gamma-functionen und einer besonderen Art unendlicher Product: *Crelle*, xxi, 270. 1840.

——Von einigen Summen- und Differenzen-Formeln und den Bernoulli'schen Zahlen: *Crelle*, lviii, 292. 1860.

Bellavitis, Giusto. Sulle serie di numeri che comprendono i Bernoulliani: *Tortolini Annali*, iv, 108–127. 1853.

Bernoulli, James. Ars Conjectandi. 1713.

Bertrand. Cal. Diff. et Int., i, 148, 306, 346–7. 1870.

Bessel. Ueber die Summation der Progression: *Astronomische Nachrichten*, xvi, No. 361. 1839.

Binet. Mémoires sur les Intégrales Définies Euleriennes: *Journal de l'École Polytechnique*, xxvii, 240 *et seq.* 1839.

Björling, E. G. Om de Bernoulli'ska talen: *Öfversigt Stockholm*, xiv, 107. 1857.

Blissard, J. On Generic Equations: *Quart. Jour.*, iv *et seq.* 1861.

—— On the properties of the $\Delta^m 0^n$ class of numbers: *Quart. Jour.*, viii, 85. 1867.

——On the sums of reciprocals: *Quart. Jour.*, vi, 242. 1864.

Boole, G. Finite Differences, chaps. v–viii. 1872.

Brinkley, J. An investigation on the general term of an important series in the inverse method of Finite Differences: *Phil. Trans.*, 1807.

Brocard. Solutions des questions proposées: *Nouv. Cor. Math.*, v, 282. 1879.

——Sur les dénominateurs des nombres de Bernoulli: *Nouv. Cor. Math.*, v, 282. 1879.

——Forme linéaire des diviseurs premiers des nombres de Bernoulli: *Nouv. Cor. Math.*, v, 284. 1879.

Callandreau, O. Sur la formule sommatoire de Maclaurin: *Com. Ren.*, lxxxvi, 589. 1878.

Catalan, E. Sur le calcul des nombres de Bernoulli: *Com. Ren.*, lviii, 1105. 1864.

——Remarques sur une note de B. Le Besgue (relative aux nombres de Bernoulli): *Com. Ren.*, lvii, 902. 1863.

——Sur les nombres de Bernoulli et d'Euler et sur quelques intégrales définies: *Brux. Acad. Sci. Mém.*, xxxvii. 1869.

CATALAN, E. Sur les differences de 1^p et sur le calcul des nombres de Bernoulli: *Tortolini*, ii, 195. 1859.

——Sur les nombres de Bernoulli et sur quelques formules qui en dependent: *Com. Ren.*, liv, 1030 and 1089. 1862.

——Note sur la communication de M. C. Le Paige: *Bulletin de Belg.* (2) xli, 1018. 1876.

——Extraits d'une lettre à M. Hermite: *Nouv. Cor. Math.*, vi, 320. 1880.

——Note sur les nombres de Bernoulli: *Com. Ren.*, lxxxi, 441. 1875.

——Sur les nombres de Bernoulli: *Nouv. Cor. Math.*, iv, 119. 1878.

——Sur les nombres d'Euler: *Com. Ren.*, lxvi, 415. 1868.

——Recherches sur le développement de la function Γ: *Bull. de l'Acad. de Brux.*, xxxvi, 4. 1873.

——Sur les manières contradictoires de définir les nombres de Bernoulli: *Nouv. Cor. Math.*, v, 196. 1879.

CAYLEY, A. A dissertation on Bernoulli's numbers: *Messenger* (2), v, 157. 1875.

CESARO, E. Quelques formules: *Nouv. Cor. Math.*, vi, 450. 1880.

DARBOUX. Sur les développements en série des functions d'une seule variable: *Liouville* (3), ii, 291. 1876.

DE MORGAN, A. Diff. and Int. Cal., chaps. xiii and xx. 1842.

EISENLOHE, O. Entwickelung der Functionsweise der Bernoulli'schen Zahlen: *Crelle*, xxxv, 193. 1847.

ETTINGSHAUSEN. Vorlesungen über die höhere Mathematik: Bd. i.

EULER. De summis serierum numeros Bernoullianos involventium: *Academia Petropolitana*, xiv, 129. 1769.

——Institutiones Calculi Differentialis. 1755.

EYTELWEIN. Grundlehren der höhern Analysis: Bd. ii.

——Ueber die Vergleichung der Differenz-Coefficienten mit den Bernoulli'schen Zahlen: *Berlin Abhandl.* 1816, 28.

FERGOLA, EMMANUELE. Sopra lo sviluppo della funzione $\frac{1}{ce^x-1}$ e sopra una nuova expressione die numeri di Bernoulli: *Napola Accad. Sci. Mem.*, ii, 1855–7.

GILBERT. Observations sur deux notes de M. Genocchi, relatives au développements de la function log $\Gamma(x)$: *Bull. de l'Acad. de Brux.*, xxxvi, 541. 1873.

GLAISHER, J. W. L. On a deduction from Von Staudt's property of Bernoulli's numbers: *Proc. Lon. Math. Soc.*, iv, 212. 1872.

GLAISHER, J. W. L. On the function which stands in the same relation to Bernoulli's numbers that the gamma function does to factorials: *Brit. Assoc. Rep.*, 1872, 17.

——Table of the first 250 Bernoulli's numbers (to nine figures) and their logarithms (to ten figures): *Cam. Phil. Trans.*, xii, 384. 1871.

——Simple proof of a known property of Bernoulli's numbers : *Messenger*, ii, 190. 1872.

——On the constants that occur in certain summations by Bernoulli's numbers: *Proc. Lon. Math. Soc.*, iv, 48. 1872.

——Arithmetical proof of Clausen's Identity: *Messenger* (2), vi, 83. 1876.

——On Semi-convergent series: *Quart. Jour.*, xii, 52. 1873.

GENOCCHI, A. Sur la formule sommatoire de Maclaurin et les fonctions interpolaires: *Com. Ren.*, lxxxvi, 466. 1878.

——Sulla formula sommatoria di Eulero : *Tortolini*, iii, 406. 1852.

——Intorno all' espressione generali di numeri Bernoulliani: *Tortolini*, iii, 395. 1852.

GÖPEL. Einige Bemerkungen über Recursionsformeln für die Bernoulli'schen Zahlen: *Grunert*, iii, 64. 1843.

GRUNERT. Supplement to Klugel, Bernoulli'schen Zahlen.

HALL, T. G. Encyclopædia of Pure Mathematics: Art. *Calculus of Finite Differences*, 261–270. 1847.

HAMILTON, SIR WM. On an expression for the numbers of Bernoulli by means of a definite integral: *Phil. Mag.* xxiii, 360. 1843.

HAMMOND, J. On the relation between Bernoulli's numbers and the binomial coefficients: *Proc. Lon. Math. Soc.*, vii, 7. 1875.

HERMITE, CH. Sur la formule de Maclaurin: *Crelle*, lxxxiv, 64. 1878.

——Extrait d'une lettre à M. Borchardt: *Crelle*, lxxxi, 93. 1876.

——Extrait d'une lettre: *Nouv. Cor. Math.*, vi, 121. 1880.

HERSCHEL, J. F. W. On the development of exponential functions: *Phil. Trans.*, 1816, 25.

HILL, C. J. D. När äro de n forsta termerno af Bernoullis serie gifven funktion af den i den sista ingaende derivatan: *Öfversigt*, xiv, 259. 1857.

HORNER, JOSEPH. On the forms of $\Delta^n 0^x$ and their congeners: *Quart. Jour.*, iv, 111 and 204. 1861.

JACOBI, C. J. G. De usu legitimo formulae summatoriae Maclaurinianae: *Crelle*, xii, 263. 1834.

Jeffery, H. M. On Staudt's proposition relating to the Bernoullian numbers: *Quart. Jour.*, vi, 179. 1864.

Jung, W. Bemerkungen über die Bernoulli'schen Zahlen: *Casopis*, ix, 103. 1880.

Knar. Entwickelung den vorzüglichsten Eigenschaften einiger mit den goniometrischen zunachst verwandten Functionen: *Grunert*, xxvii, 365. 1856.

Korteweg, D. J. Over benaderings formelen voor de som von reeksen welke uit een groot aantal termen festaan: *Nieuw Archief voor Wiskunde*, ii, 161. 1876.

Kronecker. Sur quelques fonctions symétriques et sur les nombres de Bernoulli: *Liouville*, i, 385. 1856.

Kummer, E. F. Erganzungssätze der Reciprocitätsgesetze: *Crelle*, lvi, 270. 1859.

—— Ueber eine allgemeine Eigenschaft der rationalen Entwickelung coëfficienten einer bestimmten Gattung analytischer Functionen: *Crelle*, xli, 368. 1851.

Küttner, W. Zur Theorie der Bernoulli'schen Zahlen: *Zeitschrift*, xxiv, 250. 1879.

Lacroix. Cal. Diff. et Int., iii, Arts. 951, 952, 985, 1001 *et seq.* 1819.

Lampe. Auszug eines Schreibens an Herrn Stern über die Verallgemeinerung einer Jacobi'schen Formeln: *Crelle*, lxxxiv, 270. 1878.

Le Besgue. Sur les nombres de Bernoulli: *Com. Ren.*, lviii, 853. 1864.

Le Paige, C. Note sur les nombres de Bernoulli: *Com. Ren.*, lxxxi, 966. 1875.

—— Sur les nombres de Bernoulli et sur quelques fonctions qui s'y rattachent: *Ann. Soc. Scient. Brux.*, i, B, 43. 1876.

—— Relation nouvelle entre les nombres de Bernoulli: *Bull. de Belg.* (2), xli, 1017. 1876.

—— Sur le développement de cot x: *Com. Ren.*, lxxxviii, 1075. 1879.

—— Sur une formule de Scherk: *Nouv. Cor. Math.*, iii, 159. 1877.

Ligowski, W. Die Bestimmung der Summe Σx^r: *Grunert*, lxv, 329. 1880.

Lipschitz, R. Ueber die Darstellung gewisser Functionen durch die Eulersche Summen-formel: *Crelle*, lvi, 11. 1859.

Longchamps, G. Sur les nombres de Bernoulli: *Annales de l'École Normale* (2), viii, 55. 1879.

Lucas et Catalan. Sur le calcul symbolique des nombres de Bernoulli: *Nouv. Cor. Math.*, ii, 328. 1876.

Lucas, E. Théorie nouvelle des nombres de Bernoulli: *Com. Ren.*, lxxxiii, 539. 1876.

——Sur les rapports qui existent entre le triangle arithmetique de Pascal et les nombres de Bernoulli: *Nouvelles Annales* (2), xv, 497. 1876.

——Sur les développements en séries: *Bull. de la Soc. Math.*, vi, 57. 1878.

——Théorie nouvelle des nombres de Bernoulli et d'Euler: *Brioschi Annali* (2), viii, 56. 1877.

——Sur les théorèmes de Binet et de Staudt: *Nouvelles Annales* (2), xvi, 157. 1877.

——Sur la généralisation de deux théorèmes dus à MM. Hermite et Catalan: *Nouv. Cor. Math.*, iii, 69. 1877.

——Sur les nouvelles formules de MM. Seidel et Stern concernant les nombres de Bernoulli: *Bull. Soc. Math.*, viii, 169. 1880.

——On Eulerian numbers: *Messenger*, vii, 139. 1877.

——On the development of $\left(\frac{z}{1-e^{-z}}\right)^a$ in a series: *Messenger* (2), vii, 82. 1877.

——On the successive summations of $1^m + 2^m + \ldots + x^m$: *Messenger* (2), vii, 84. 1877.

——On development in series: *Messenger* (2), vii, 116. 1877.

Malmstén, C. J. Sur la formule

$$hu'_x = \Delta u_x - \frac{h}{2}\Delta u'_x + B_1\frac{h^2}{2!}\Delta u''_x - B_3\frac{h^4}{4!}\Delta u^{\mathrm{IV}}_x + \text{etc.}$$

Crelle, xxxv, 55. 1847.

——Note sur l'Intégrale finie $\Sigma e^x y$: *Grunert*, vi, 41. 1845.

Meyer, G. F. Vorlesungen über die Theorie der Bestimmten Integrale, §§ 53, 54. 1871.

——Verschiedene arithmetische Sätze: *Grunert*, xxxviii, 241. 1862.

——Einige Beitrage zur Theorie der Bernoulli'schen Zahlen und der Secanten-coefficienten: *Grunert*, xxxv, 449. 1860.

Naegelsbach. Zur independente Darstellung der Bernoulli'schen Zahlen: *Zeitschrift*, xix, 219. 1874.

Ohm, M. Etwas über die Bernoulli'schen Zahlen: *Crelle*, xx, 11. 1840.

Penny Cyclopædia: Arts. Numbers of Bernoulli and Series. 1833.

Plana. Note sur une nouvelle expression analytique des nombres Bernoulliens propre à exprimer en termes finis la forme générale pour la sommation: *Mém. de l'Acad. de Turin*, 1820.

Poisson. Sur le calcul numerique des Intégrales définies: *Acad. des Sciences*, vi, 571. 1823.

Raabe. Zurückführung einiger Summen und bestimmten Integrale auf die Jacob-Bernoulli'sche Function: *Crelle*, xlii, 348. 1851.

—— Diff. und Int. Rech., i, 412 *et seq.*

—— Augenäherte Bestimmung der Factorenfolge $1.2.3 \ldots n = \Gamma(1+n) = \int x^n e^{-x} dx$, wenn n eine sehr grosse Zahl ist: *Crelle*, xxv, 146, and xxviii, 10. 1843–44.

Radicke, A. Die Recursions-formeln für die Berechnung die Bernoulli'schen und Eulerschen Zahlen: *Halle a. s. Nebert.* 1880.

—— Démonstration du théorème de Staudt: *Nouv. Cor. Math.*, vi, 503. 1880.

—— Démonstration d'un théorème de Stern: *Nouv. Cor. Math.*, vi, 507. 1880.

—— Solutions des questions proposées: *Nouv. Cor. Math.*, vi, 69. 1880.

—— Solutions des questions proposées: *Nouv. Cor. Math.*, v, 333. 1879.

—— Extrait d'une lettre: *Nouv. Cor. Math.*, v, 196. 1879.

Schäfli. On Staudt's theorem relating to the Bernoulli's numbers: *Quart. Jour.*, vi, 75. 1864.

Schendel, L. Die Bernoulli'schen Functionen u. s. w.: *Jena, Costenoble.* 1876.

—— Zur Theorie der Reihen: *Zeitschrift*, xvi, 211. 1871.

Scherk. Ueber einen allgemein die Bernoulli'schen Zahlen betreffend: *Crelle*, xxxii, 299. 1846.

—— Ueber einen allgemein die Bernoulli'schen Zahlen und die Coëfficienten der Secant-reihe zugleich darstellenden Ausdruck: *Crelle*, iv, 299. 1829.

Schlömilch, O. Ueber Bernoulli'schen Zahlen und die Coëfficienten der Secant-reihen: *Grunert*, i, 360. 1841.

—— Developpement d'une formule qui donne en même temps les nombres de Bernoulli et les coefficients la serie qui exprime la sécante: *Crelle*, xxxii, 360. 1846.

—— Ueber die Bernoulli'schen Functionen und deren Gebrauch bei der Entwickelung halber-convergenter Reihen: *Zeitschrift*, i, 193. 1856.

—— Neue Formeln zur independente Bestimmung der Sekanten- und Tangenten-koeffizienten: *Grunert*, xvi, 411. 1851.

—— Ueber die Summe der Reihe $1^n + 2^n + \ldots + r^n$: *Grunert*, x, 342. 1847.

Schlömilch, O. Neue Methode zur Summirung endlicher und unendlicher Reihen: *Grunert,* xii, 130. 1849.

——Ueber die independente Bestimmung der Coefficienten unendlicher Reihen u. s. w.: *Grunert,* xviii, 306. 1852.

——Ueber die Lambert'sche Reihe: *Zeitschrift,* vi, 407. 1861.

——Ueber die rekurrirende Bestimmung der Bernoulli'schen Zahlen: *Grunert,* iii, 9. 1843.

Serret. Sur l'évaluation approchée du produit 1.2.3 . . . x, lorsque x est un très-grand nombre et sur la formule de Stirling: *Com. Ren.,* l, 662. 1860.

Spitzer, Simon. Note über die Summen-formel

$\Sigma x^m = C + \frac{x^{m+1}}{(m+1)h} - \frac{1}{2} x^m +$ etc.: *Grunert,* xxiii, 457. 1854.

Staudt. Beweis eines Lehrsatzes die Bernoulli'schen Zahlen betreffend: *Crelle,* xxi, 372. 1840.

——De Numeris Bernoullianis: Erlangen, 1845.

Stern. Ueber eine Eigenschaft der Bernoulli'schen Zahlen: *Crelle,* lxxxii, 290. 1877.

——Zur Theorie der Bernoulli'schen Zahlen: *Crelle,* xcii, 349. 1882.

——Zur Theorie der Bernoulli'schen Zahlen: *Crelle,* lxxxiv, 267. 1878.

——Zur Theorie der Bernoulli'schen Zahlen: *Crelle,* lxxxviii, 85. 1879.

——Zur Theorie der Eulerschen Zahlen: *Crelle,* lxxix, 67. 1875.

Sylvester. Note on the numbers of Bernoulli and Euler, etc.: *Phil. Mag.,* xxi, 127. 1861.

——Sur une propriété de nombres premiers qui se rattache au dernier théorème de Fermat: *Com. Ren.,* lii, 161. 1861.

——Addition à la précédente note: *Com. Ren.,* lii, 212. 1861.

——Extrait d'une lettre adressée à M. Serret: *Com. Ren.,* lii, 307. 1861.

Thacker. Ein Beitrag zur Zahlen-theorie: *Crelle,* xl, 89. 1850.

Thoman. Développement des séries alternativement positifs et negatifs à l'aide des nombres de Bernoulli: *Com. Ren.,* lxiv, 665. 1867.

Worontzoff. Sur les nombres de Bernoulli: *Nouvelles Annales,* xv, 12. 1876.